5.4 NÚMEROS COMPLEJOS

Milena R. Salcedo Villanueva

Mate 3041

OBJETIVOS

- Usar la unidad imaginaria *i* para escribir números complejos.
- Adicionar, sustraer, y multiplicar números complejos.
- Usar conjugados complejos para escribir el cociente de números complejos en la forma estándar
- Encontrar soluciones complejas de ecuaciones cuadráticas.

La unidad imaginaria *i*

Origen de los números complejos

Los primeros matemáticos llamaron números imaginarios a números como $\sqrt{-1}$, $\sqrt{-5}$, $\sqrt{-8}$, etc. Con el tiempo se hizo necesaria la ampliación de los números reales para formar el conjunto de los números complejos

Consideremos la ecuación $x^2 + 1 = 0$. La solución no es real. Por que si tratamos de resolver la ecuación obtenemos que

$x^2 = -1$ ó equivalentemente $x = \pm\sqrt{-1}$

No hay solución en los reales, por que $\sqrt{-1}$ no existe en el conjunto de los números reales.

Para hacer que las ecuaciones cuadráticas siempre tengan solución, definimos $i = \sqrt{-1}$ y esto resolvería nuestro problema.

El número i se conoce como la **unidad imaginaria.**

Para cualquier número real positivo b se cumple que:

$$\sqrt{b} = i\sqrt{b}$$

Raíces de números negativos

Tal como pasa para cada número real r tiene dos raíces cuadradas $\sqrt{r}$ y $-\sqrt{r}$.

Si a es un número positivo, la raiz cuadrada principal de – a es

$$\sqrt{-a} = i\sqrt{a}$$

Ejemplo: Hallar a raiz cuadrada principal de:

- $\sqrt{-5}$
- $\sqrt{-81}$

Notas

- Si $a, b \geq 0$, entonces $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

- **Si $\boldsymbol{a < 0}$ y $\boldsymbol{b < 0}$, $\boldsymbol{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \neq \sqrt{ab}}$.**

- Ejemplo: $\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-2} \neq \sqrt{(-3)(-2)}$

Propiedades de i

Sabemos que $i = \sqrt{-1}$, entonces

$i^2 =$

$i^3 =$

$i^4 =$

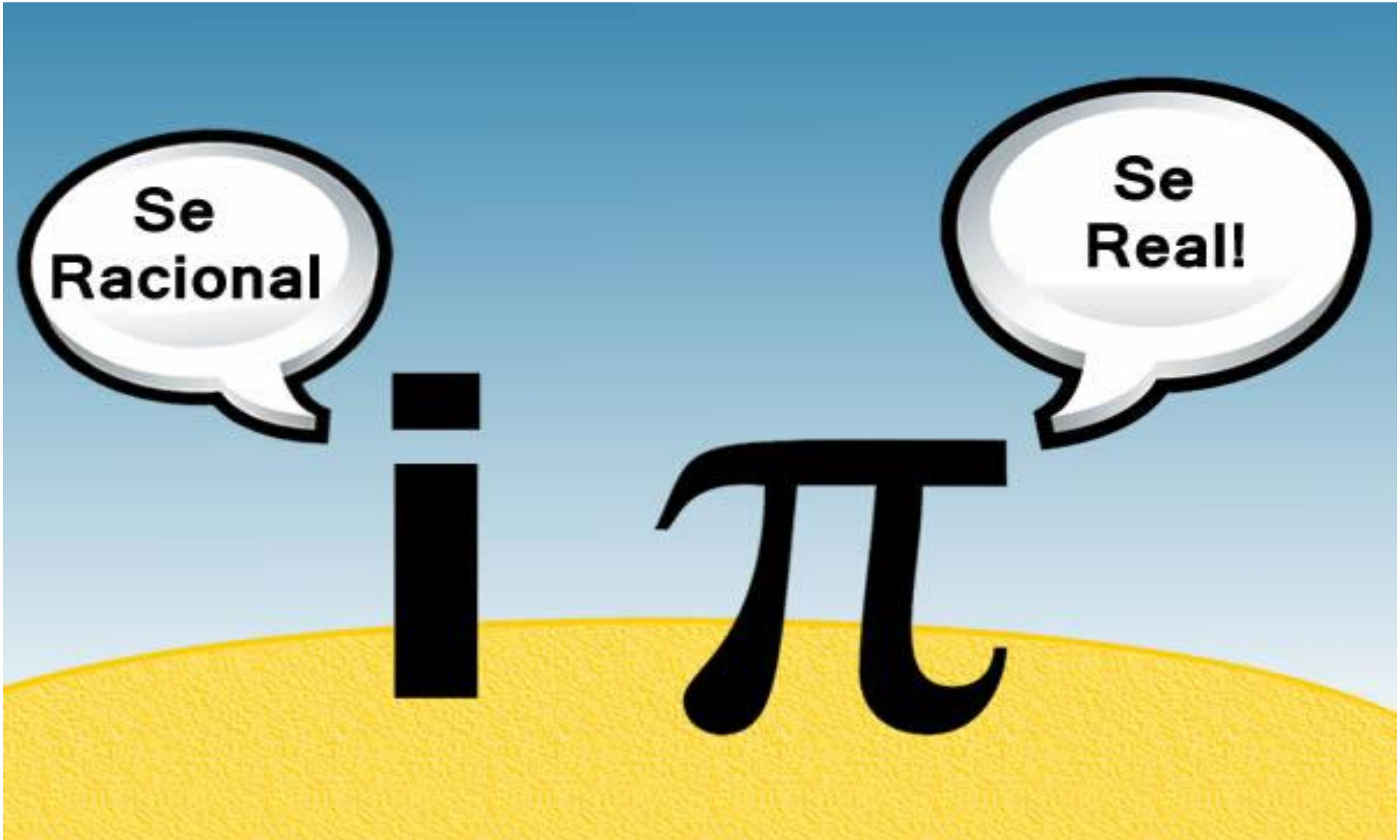
$i^5 =$

$i^6 =$

$i^7 =$

$i^8 =$

Chistecito



Números complejos

Un número complejo es una expresión de la forma:

$$\boldsymbol{a+bi}$$

donde a y b son números reales y

- a se le conoce como la parte real
- b se le conoce como la parte imaginaria
- $i=\sqrt{-1}$ ó $i^2=-1$

Propiedad:

Dos números complejos son iguales

$\boldsymbol{a+bi=c+di}$ si y solo si $\boldsymbol{a=c}$ y $\boldsymbol{b=d}$.

Ejemplos

Analizar los siguientes números complejos.

$3 + 4i$ Parte real ____, Parte Imaginaria ____

$\frac{1}{2} - \frac{2}{3}4i$ Parte real ____, Parte Imaginaria ____

$6i$ Parte real ____, Parte Imaginaria ____

-7 Parte real ____, Parte Imaginaria ____

Forma estándar- Ejemplos

Escribir en la forma estándar los siguientes números complejos:

- $8-\sqrt{\ -25}$

- $3-\sqrt{-27}$

- 12

- $3i^2+2i$